



Фиг. 2.35. Формирование выходных значений свертки при использовании метода перекрытия с накоплением.

находится в конце последовательности $x_k(n)$. Это удобно для вычисления круговой свертки с помощью ДПФ¹⁾.) Для каждой секции вычисляется круговая свертка последовательностей $h(n)$ и $x_k(n)$, содержащая $(N_3 + N_2 - 1)$ отсчет. В результате получается набор последовательностей $y_k(n)$, изображенных на фиг. 2.35. Последние $(N_2 - 1)$ отсчетов каждой из последовательностей $y_k(n)$ отбрасываются (они неверны из-за циклического характера свертки), а остальные присоединяются к правильным отсчетам последовательности $y_{k-1}(n)$ и т. д. В результате

¹⁾ Здесь перекрытие носит условный характер: последние $(N_2 - 1)$ отсчетов секции повторяют первые $(N_2 - 1)$ отсчетов предыдущей секции. *Прим. ред.*

получается искомая последовательность, тождественная свертке $y(n)$. Итак, используя метод перекрытия с суммированием или метод перекрытия с накоплением, можно сравнительно легко найти свертку короткой и очень длинной последовательностей, причем результат получается в виде отдельных небольших секций, которые объединяются соответствующим образом в одну последовательность.

2.26. Дискретное преобразование Гильберта

Выше рассматривались различные способы представления последовательностей, в частности z -преобразование, преобразование Фурье, ряды Фурье. В данном разделе будет показано, что z -преобразование импульсной характеристики линейной и устойчивой физически реализуемой системы в любой точке, лежащей вне единичной окружности, может быть выражено через значения действительной или мнимой части преобразования Фурье той же импульсной характеристики. Иначе говоря, действительную и мнимую части преобразования Фурье действительной последовательности можно выразить друг через друга. Рассмотрим физически реализуемую последовательность $x(n)$ [т. е. $x(n) = 0$ при $n < 0$] и ее z -преобразование $X(z)$. Предположим, что функция $X(z)$ — аналитическая вне единичной окружности, т. е. все полюсы $X(z)$ лежат внутри этой окружности, т. е. все полюсы $X(z)$ лежат внутри этой окружности. Пусть $X_d(e^{j\omega})$ и $X_m(e^{j\omega})$ — действительная и мнимая части преобразования Фурье последовательности $x(n)$, т. е.

$$X(e^{j\omega}) = X_d(e^{j\omega}) + jX_m(e^{j\omega}). \quad (2.170)$$

Введем $x_c(n)$, четную часть $x(n)$, как

$$x_c(n) = \frac{1}{2} [x(n) + x(-n)]. \quad (2.171)$$

Тогда $x(n)$ можно записать в виде

$$x(n) = 2x_c(n) s(n), \quad (2.172)$$

где

$$s(n) = \begin{cases} 1, & n > 0, \\ \frac{1}{2}, & n = 0, \\ 0, & n < 0. \end{cases} \quad (2.173)$$

Используя формулу (2.172), найдем значения z -преобразования $x(n)$ в точках z , лежащих вне единичной окружности ($z = re^{j\omega}$,